

# Schleuse Uelzen I – Hypoplastische Finite- Elemente-Analyse von zyklischen Vorgängen

Die Schleuse Uelzen I ist wegen ihrer flexiblen Tragstruktur, den großen Lastwechseln während des Schleusenbetriebes und der 1992 installierten, umfangreichen messtechnischen Überwachung ein sehr gut geeignetes Anwendungsbeispiel, um das Interaktionsverhalten zwischen Bauwerk und Boden unter zyklischen Beanspruchungen zu untersuchen.

Es werden dreidimensionale Finite-Elemente-Berechnungen durchgeführt, um das Langzeit-Verhalten der Schleuse bei zyklischen Beanspruchungen zu prognostizieren. Entscheidend dafür ist, dass das Stoffmodell für den Boden auch das quasi statische zyklische Verhalten realitätsnah erfasst. Das verwendete hypoplastische Stoffmodell mit intergranularer Dehnung wird kurz beschrieben. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden mit gemessenen Setzungen der Schleuse verglichen. Es werden zum Vergleich die Ergebnisse von hypoplastischen Berechnungen ohne intergranulare Dehnung und von elastisch-idealplastischen Berechnung mit dem MOHR-COULOMBSchen-Modell vorgestellt. Siloeffekte im Hinterfüllungsbereich zwischen den Rippen der Schleuse verringern sich infolge der zyklischen Beanspruchungen in Verbindung mit „stick-slip“-Verhalten.

**The Uelzen I Lock – hypoplastic finite-element analysis of cyclic loading.** *The Uelzen I Lock is a very suitable case to analyse the soil-structure interaction during cyclic loading because its plate-ribs structure is very flexible, the amplitude of load cycles during the lock operation is high and an extensive geotechnical monitoring system was installed in 1992.*

*A 3D finite element simulation was used to predict the long-term behaviour of the lock during cyclic loading. The main interest of the simulation was the choose of an adequate constitutive law to simulate the quasi-static cyclic behaviour of the soil. The adopted hypoplastic constitutive law with intergranular strain is briefly described in the paper. The computed results are compared with the measurements. For comparison the results of elastic-perfect plastic Mohr-Coulomb and of hypoplastic simulations without intergranular strain are presented. Some interesting aspects are evidenced as the 'stick-slip' reduction of the arching effect in the backfill due to the cyclic loading.*

## 1 Einführung

Die im Jahre 1976 in Betrieb genommene Schleuse gehört mit einer zu überwindenden Wasserspiegeldifferenz von 23 m zwischen Ober- und Unterwasser zu den höchsten Schleusen in Deutschland. Sie hat eine Länge von ca. 185 m und eine Breite von 12 m. Aufgrund des zunehmenden Verkehrs auf dem Elbeseitenkanal zwischen Hamburger Hafen und dem Kanalnetz Hannover-Berlin wurde der Bau einer zweiten Schleusenanlage unmittelbar neben der bestehenden Schleuse Uelzen I beschlossen (siehe Bild 1)

Die Schleusenanlage Uelzen I wurde als Sparschleuse, die bei Schleusenbetrieb weniger Wassermenge

im Kanal bewegt, konzipiert. Sie besteht aus dem Schleusenbauwerk, den separat angeordneten Sparbetcken und dazwischen liegendem Schieberhaus. Die Schleusenammer wurde als sehr schlanke Stahlbeton-Platten-Rippen-Konstruktion hergestellt. Die Kammerwände sind 75 cm dick und werden durch 8 m breit auskragende, 1,5 m dicke Rippen ausgesteift.

Sie wurde damals wegen ihrer planmäßig auftretenden großen Verformungen infolge Schleusenbetrieb auch als „atmende“ Schleuse bezeichnet. Unerwartet sind jedoch Schäden in der Betonkonstruktion eingetreten, deren Ursachen u.a. auf eine unzureichende Erfassung der Wechselwirkung zwischen Boden und Bauwerk bei zyklischer Beanspruchung infolge der vielen Schleusenvorgänge zurückzuführen sind. Zwischenzeitlich wurde die Schleuse mehrfach saniert. Seitdem Schäden aufgetreten sind, wird die vorhandene Schleuse permanent messtechnisch überwacht, insbesondere ihre Verformungen und Bewegungen.

Der anstehende Boden ist eiszeitlich geprägt und besteht aus drei maßgeblichen Schichten (siehe Bild 2). Unter einer wenige Meter dicken Schicht oberer Sande befindet sich eine ca. 15 m mächtige Geschiebemergelschicht mit geringer Durchlässigkeit. Unterhalb des Geschiebemergels stehen eiszeitlich stark verdichtete untere Sande an.

In Bild 2 ist außerdem das Profil der einstigen geböschten Baugrube für den Bau der Schleuse Uelzen I erkennbar. Diese Baugrube wurde mit Sanden aufgefüllt, deren bodenmechanische Eigenschaften weitgehend denen der oberen Sande entsprechen.

Wegen der vorliegenden umfangreichen Verformungsmessungen an der Schleuse Uelzen I bot sich dieses Projekt an, das Verformungsverhalten von Boden und Bauwerk unter zyklischer Beanspruchung auf der Basis eines neuartigen hypoplastischen Stoffgesetzes, das das mechanische Verhalten von nichtbindigen Böden bei zyklischer Beanspruchung durch die innere Zustandsvariable „Intergranulare Dehnung“ beschreiben kann, rechnerisch mit der Finite-Elemente-Methode zu untersuchen.

## 2 Hypoplastisches Stoffgesetz

### 2.1 Vorbemerkungen

Die Theorie der Hypoplastizität wurde über einen Zeitraum von 20 Jahren am Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe entwickelt. Die Grundlagen dieser Theorie stammen von KOLYMBAS [5]. Die hier vorgestellte Version des Stoffgesetzes ist das Ergebnis jahrelanger Stoffgesetzforschung eines Teams von Spezialisten.



Bild 1: Überblick über die vorhandene Schleuse Uelzen I und die im Bau befindliche Schleuse Uelzen II

Fig. 1: Aerial view of the existent Uelzen I lock and of new Uelzen II lock (in execution)

Im Rahmen dieses Beitrages, dessen Ziel es ist, eine Anwendung der Hypoplastizität zu zeigen, wird in den Anhängen A und B nur ein knapper Überblick über die mathematische Darstellung des hypoplastischen Stoffge-

setzes gegeben. Die theoretischen Grundlagen und die mathematische Formulierung des hypoplastischen Stoffgesetzes sind ausführlich in [1, 8, 10, 11, 12] beschrieben. Die Bestimmung der Materialparameter, die im Unterschied zu Parametern vieler anderer bodenmechanischer Stoffgesetze physikalisch gut begründet sind, ist in [2, 3, 6] ausführlich dargestellt.

Die prinzipielle Wirkungsweise der ursprünglichen Version des hypoplastischen Stoffgesetzes und der erweiterten Version mit intergranularer Dehnung wird in den folgenden Abschnitten unter einaxialer Verformung erklärt.

Bild 3 zeigt diesen einfachen Fall am Beispiel des konventionellen Ödometersversuches mit einem vorgegebenen Deformationszuwachs  $\Delta\varepsilon_1 = \pm 1$ . Für die Hauptspannungskomponenten gilt  $\sigma_2 = \sigma_3 = K_0 \cdot \sigma_1$ . Das Verhältnis von Radialspannung zu Vertikalspannung ist der Erdruhedruckbeiwert  $K_0$ . Es gelten die Vorzeichenregeln der Mechanik (Zug +, Druck -).

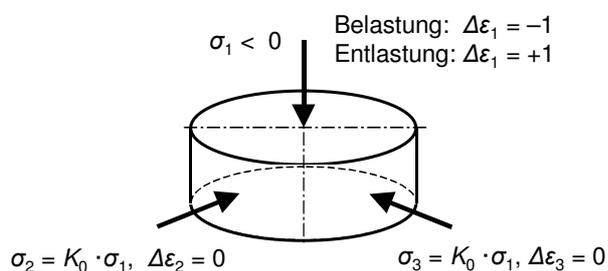


Bild 3: Randbedingungen und Beanspruchungen im Ödometersversuch

Fig. 3: Boundary and loading conditions in the oedometer test

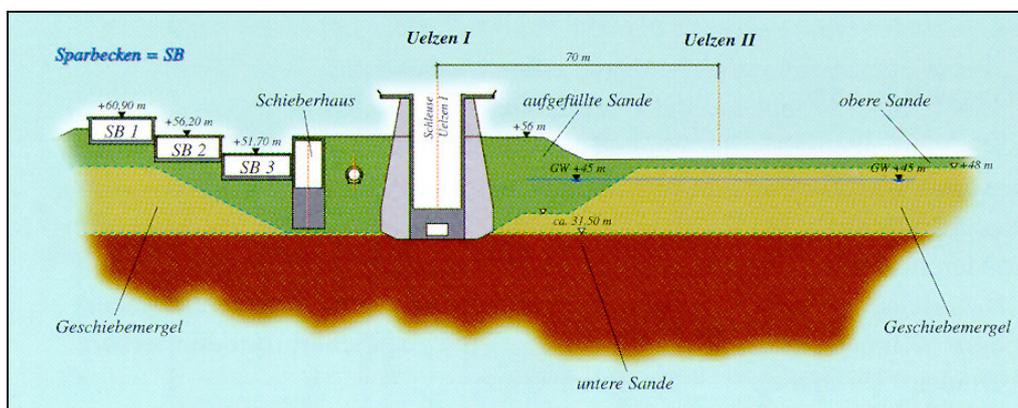


Bild 2: Schleuse Uelzen I – Querschnitt der Schleusenanlage und Bodenprofil

Fig. 2: Uelzen I lock – cross-section of the structure and soil profile

## 2.2 Version ohne Intergranulare Dehnung

Bei dem ursprünglichen hypoplastischen Stoffgesetz (ohne intergranulare Dehnung) wird bereits konsequent zwischen Zustandsvariablen und Stoffparametern unterschieden. Zustandsvariable sind die aktuelle Spannung  $\sigma$  und die aktuelle Porenzahl  $e$ . Die Spannungsantwort  $\Delta\sigma$  ergibt sich nach der Theorie der Hypoplastizität wie folgt

$$\Delta\sigma = L(\sigma, e) \cdot \Delta\varepsilon + N(\sigma, e) \cdot \|\Delta\varepsilon\|. \quad (1)$$

Sie setzt sich aus dem Anteil  $L(\sigma, e) \cdot \Delta\varepsilon$ , der linear in  $\Delta\varepsilon$  ist, und dem Anteil  $N(\sigma, e) \cdot \|\Delta\varepsilon\|$ , der nichtlinear in  $\Delta\varepsilon$  ist, zusammen, wobei  $\|\Delta\varepsilon\|$  die Euklidische Norm von  $\Delta\varepsilon$  ist. Im Hauptkomponentensystem gilt

$$\|\Delta\varepsilon\| = \sqrt{\Delta\varepsilon_1^2 + \Delta\varepsilon_2^2 + \Delta\varepsilon_3^2}. \quad (2)$$

Im o.g. eindimensionalen Fall mit  $\Delta\varepsilon_2 = \Delta\varepsilon_3 = 0$  vereinfacht sich  $\|\Delta\varepsilon\|$  zu  $|\Delta\varepsilon_1| = 1$ . Die Spezifikationen für  $L(\sigma, e)$  und  $N(\sigma, e)$  sind für allgemeine dreidimensionale Beanspruchungen im Anhang A dargestellt und für die Randbedingungen des Ödometersversuches gemäß Bild 3 im Anhang C angegeben.

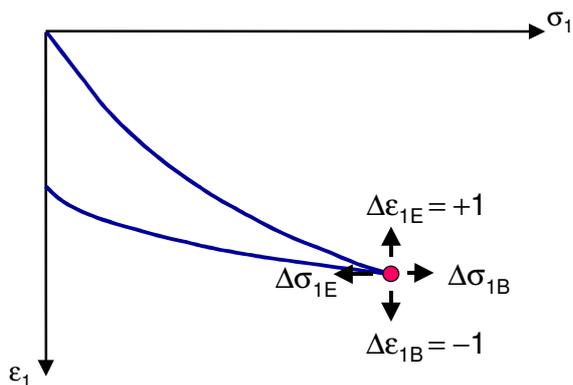


Bild 4: Hypoplastisches Stoffgesetz ohne intergranulare Dehnung – Be- und Entlastung im Ödometersversuch

Fig. 4: Hypoplastic model without intergranular strain – edometric loading and unloading

Bild 4 zeigt, dass das hypoplastische Stoffgesetz für ödometrische Belastung  $\Delta\varepsilon_{1B} = -1$  und Entlastung  $\Delta\varepsilon_{1E} = +1$  unterschiedliche Spannungsantworten  $\Delta\sigma_{1B}$  und  $\Delta\sigma_{1E}$  liefert. Unter den Randbedingungen des Ödometersversuches vereinfacht sich (1) wie folgt:

$$\text{Bei Belastung gilt:} \quad \Delta\sigma_{1B} = -L_{11} + N_1$$

$$\text{Bei Entlastung gilt:} \quad \Delta\sigma_{1E} = L_{11} + N_1$$

Es ist offensichtlich, dass  $\|\Delta\sigma_{1E}\| > \|\Delta\sigma_{1B}\|$  ist, d.h. die inkrementelle Steifigkeit bei Entlastung ist größer als diejenige bei Belastung. Im Rahmen der Hypoplastizitätstheorie kann unterschiedliches Materialverhalten bei Be- und Entlastung sehr einfach definiert werden ohne das mathematische Instrumentarium der klassischen

Plastizitätstheorie, bestehend aus Fließfläche, Fließregel und Konsistenzbedingung, zu benötigen.

Der Nachteil der ursprünglichen hypoplastischen Theorie besteht jedoch darin, dass bei zyklischer Beanspruchung (wiederholte Be- und Entlastungen) trotz der zweiten Zustandsvariable  $e$  das Verhalten von Böden nicht realistisch erfasst werden kann und der sogenannte „ratcheting“-Effekt auftritt (siehe Bild 7a).

## 2.3 Version mit Intergranularer Dehnung

NIEMUNIS und HERLE erweiterten das ursprüngliche hypoplastische Stoffgesetz für zyklische Beanspruchung durch Einführung einer weiteren Zustandsvariable, der intergranularen Dehnung  $S$ . Für die Spannungsantwort  $\Delta\sigma$  gilt folgende allgemeinere Beziehung

$$\Delta\sigma = F(\sigma, e, S, \Delta\varepsilon). \quad (3)$$

In Bild 5 ist die Wirkungsweise der intergranularen Dehnung  $S$  vereinfacht im eindimensionalen Fall dargestellt. Im Anhang B ist die vollständige mathematische Formulierung für allgemeine dreidimensionale Beanspruchungen angegeben.

Nach Bild 5 wächst bei einer monotonen Beanspruchung  $S$  bis zum Maximalwert  $R$  an und bleibt dann bei weiterer Verformung konstant. Die intergranulare Dehnung  $S$  und die Deformation  $\Delta\varepsilon_1$  haben die gleiche Richtung. In diesem Zustand gilt „reines“ hypoplastisches Verhalten.

Bei anschließender Verformungsumkehr in entgegengesetzter Richtung hat die intergranulare Dehnung  $S$  zunächst den Betrag  $R$  und die ursprüngliche Richtung. Bei Fortsetzung der Verformungsumkehr verringert sich die intergranulare Dehnung  $S$  bis  $S = 0$  erreicht ist und wächst dann umgekehrter Richtung wieder bis zum Maximalwert  $R$  an.

Die inkrementelle Steifigkeit  $dE$  nach einer Verformungsumkehr von  $180^\circ$  ist infolge der Wirkung von  $S$  beträchtlich größer als ohne eine Verformungsumkehr (siehe Bild 5). Mit zunehmender Verformung nimmt die inkrementelle Steifigkeit ab und erreicht bei  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{SOM}$  wieder die ursprüngliche hypoplastische Steifigkeit (SOM – swept out of memory).

Bei der Änderung der Verformungsrichtung von  $90^\circ$  ist die Wirkung von  $S$  geringer, d.h. die inkrementelle Steifigkeit wird kleiner als bei einer Verformungsumkehr von  $180^\circ$ . Richtungsänderungen der Verformungen von  $90^\circ$  sind im eindimensionalen Fall, z.B. Ödometersversuch, ausgeschlossen, jedoch in mehrdimensionalen Versuchen, z.B. Triaxial- oder Biaxialversuch, zutreffend.

Bild 6 zeigt, dass das hypoplastische Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung für ödometrische Entlastung  $\Delta\varepsilon_{1E} = +1$  im Umkehrpunkt A ein stärkere Spannungsantwort  $\Delta\sigma_{1E}$  im Vergleich zum „reinen“ hypoplastischen Stoffgesetz liefert und erst im SOM-Punkt B die ursprüngliche hypoplastische inkrementelle Steifigkeit wieder eintritt.

Bei ödometrischer Be- und Entlastung können folgende 3 Fälle unterschiedlicher Spannungsantworten unterschieden werden:

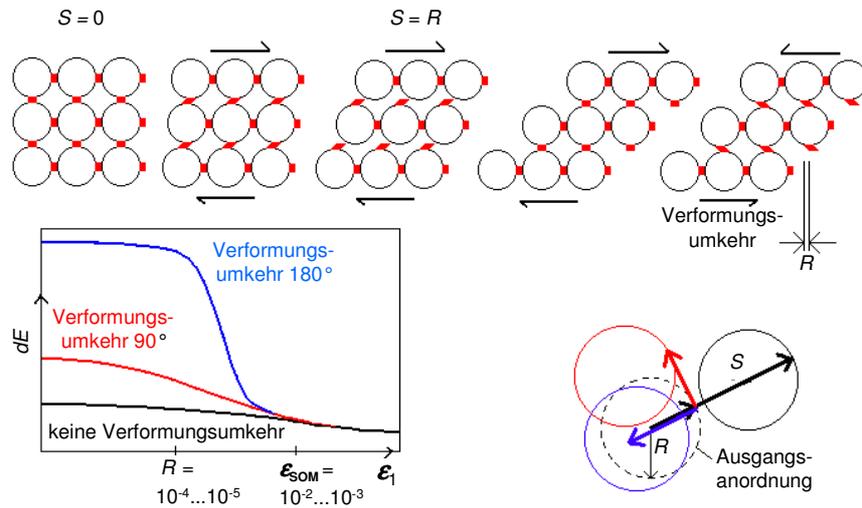


Bild 5: Wirkungsweise der intergranularen Dehnung im eindimensionalen Fall (nach [6])  
 Fig. 5: Mode of operation of the intergranular strain – 1D shearing (according to [6])

Bei Belastung gilt:  $\Delta\sigma_{1B} = -L_{11} + N_1$

Bei Entlastung am Umkehrpunkt A gilt:  $\Delta\sigma_{1E} = m_R \cdot L_{11}$

Bei Entlastung am SOM-Punkt B gilt:  $\Delta\sigma_{1E} = L_{11} + N_1$

Die Wirkung der intergranularen Dehnung führt im Umkehrpunkt A zu elastischem Verhalten, das steifer als das ursprüngliche hypoplastische Entlastungsverhalten ist und durch den Erhöhungsfaktor  $m_R$  beschrieben wird. Demzufolge gilt  $\|\Delta\sigma_{1EA}\| > \|\Delta\sigma_{1EB}\| > \|\Delta\sigma_{1B}\|$ , d.h. die inkrementelle elastische Entlastungssteifigkeit im Umkehrpunkt A ist größer als die inkrementelle Steifigkeit im SOM-Punkt B der ödometrischen Entlastung. Die inkrementelle Steifigkeit bei Belastung ist kleiner als die beiden inkrementellen Entlastungssteifigkeiten.

Bei ödometrischer Wiederbelastung gilt ebenfalls die höhere inkrementelle elastische Steifigkeit, so dass

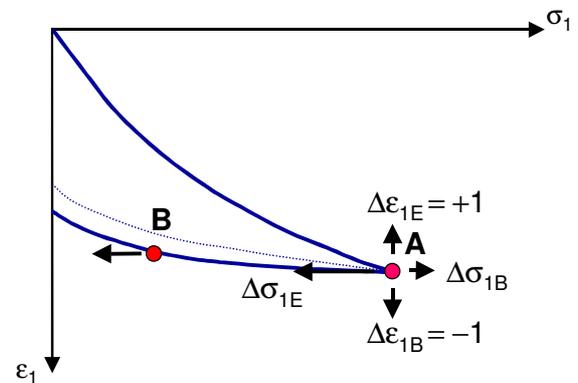


Bild 6: Hypoplastisches Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung – Be- und Entlastung im Ödometerversuch

Fig. 6: Hypoplastic model with intergranular strain – edometric loading and unloading

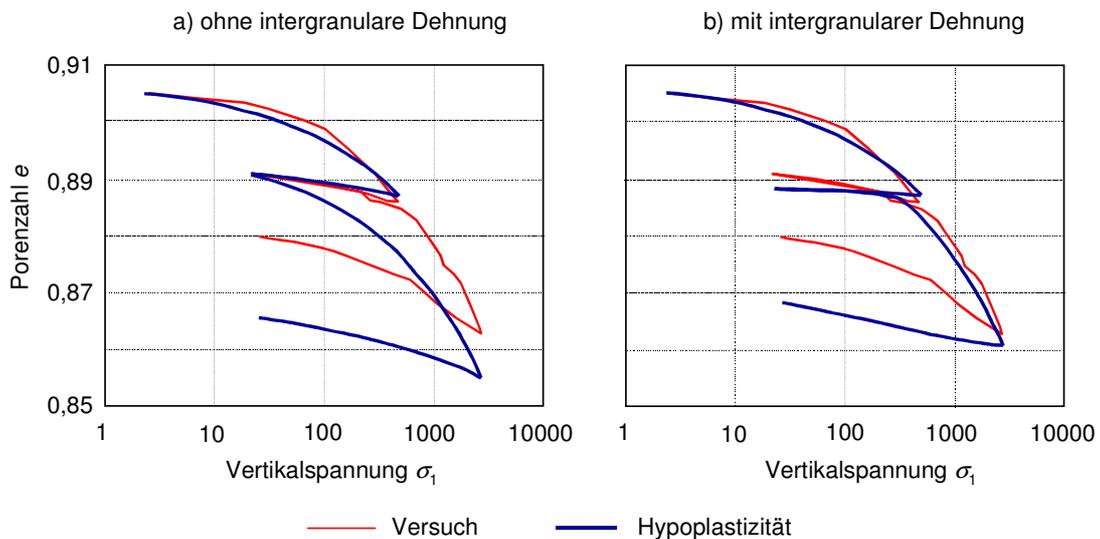


Bild 7: Ergebnis des Ödometerversuches und der hypoplastischen Nachrechnung (nach [7])  
 Fig. 7: Results of an edometer test and hypoplastic back-calculation (according to [7])

sich in den Zyklen Hystereseschleifen bilden und es zu keinem „ratcheting“-Effekt kommt. Bild 7b zeigt am Beispiel ödometrischer Be-, Ent- und Wiederbelastung, dass das hypoplastische Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung das Materialverhalten nicht bindiger Böden unter zyklischer Beanspruchung realistisch beschreiben kann.

## 2.4 Stoffkonstanten

Das hypoplastische Grundmodell erfordert insgesamt 8 Stoffkonstanten. Für die Erweiterung mit intergranularer Dehnung sind 5 zusätzliche Stoffparameter notwendig. Die Einbindung der Stoffkonstanten in die mathematische Formulierung des Stoffgesetzes ist in den Anhängen A und B dargestellt.

Die hypoplastischen Finite-Elemente-Berechnungen für die Schleuse Uelzen I wurden mit den in Tabelle 1 zusammengestellten Datensätzen durchgeführt.

Tabelle 1: Stoffkonstanten des hypoplastischen Modells für untere Sande, Geschiebemergel und Auffüllung

Table 1: Material parameters of the hypoplastic soil model (lower sand, boulder clay and backfill)

Stoffkonstanten des hypoplastischen Grundmodells		untere Sande	Geschiebemergel	Auffüllung
Granulatsteifigkeit	$h_s$	8500 MPa	210 MPa	6000 MPa
Kritischer Reibungswinkel	$\varphi_c$	35°	30°	30°
Kritische Porenzahl	$e_{c0}$	1,01	0,91	1,01
Porenzahl bei maximaler Scherverdichtung	$e_{a0}$	0,613	0,523	0,613
Kompressionsexponent	$n$	0,467	0,31	0,467
Pyknotropieexponent	$\alpha$	0,1175	0,19	0,1175
Pyknotropieexponent	$\beta$	1,0	1,0	1,0
Porenzahl bei lockerster Lagerung	$e_{r0}$	1,163	1,09	1,163
Stoffkonstanten der Erweiterung mit intergranularer Dehnung				
Maximalwert der intergranularen Dehnung	$R$	0,0001	0,0001	0,0001
Erhöhungsfaktor bei 180° Richtungswechsel	$m_R$	5	5	5
Erhöhungsfaktor bei 90° Richtungswechsel	$m_T$	2	2	2
Exponent	$\beta_r$	0,5	0,5	0,5
Exponent	$\chi$	6	6	6

Die Stoffkonstanten für das hypoplastische Grundmodell lassen sich aus einfachen Klassifikationsversuchen bzw. granulometrischen Eigenschaften hinreichend genau abschätzen. Die Bestimmung der Parameter ist ausführlich in [2, 3] beschrieben. Die Ermittlung der 5 zusätzlichen Stoffkonstanten für die Erweiterung mit intergranularer Dehnung wird in [8] erläutert. Die Stoffgesetzparameter für die unteren Sande wurden am Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe bestimmt.

## 3 Berechnungen der Schleuse Uelzen I

### 3.1 Allgemeines

Das Verhalten der Schleuse Uelzen I wird stark von der Wechselwirkung zwischen dem Bauwerk und dem umgebenden Boden (Auffüllung, untere Sandschichten) beeinflusst. In den seitlichen Hinterfüllungen zwischen den Rippen der aufgelösten Tragkonstruktion entstehen dabei Siloeffekte.

Ein bedeutender Teil der Langzeitsetzungen des Bauwerks wird durch zyklische Belastung infolge der Schleusungsvorgänge verursacht. Für die Setzungen infolge der zyklischen Beanspruchungen aus den Schleusungsvorgängen ist die Schicht der unteren Sande maßgebend.

### 3.2 3D-Finite-Elemente-Modell

Bei der Erstellung des in Bild 8 dargestellten dreidimensionalen FE-Modells wurde die Symmetrie des Bauwerkes und der ehemaligen Baugrube ausgenutzt und demzufolge nur eine halbe Schleusenkammer mit den entsprechenden Bodenschichten – Hinterfüllung, Geschiebemergel, unterer Sand – modelliert. Das Modell hat in Richtung (2) eine Dicke von 2,5 m und ist auf eine halbe Rippendicke mit halben Abstand zwischen zwei Rippen beschränkt.

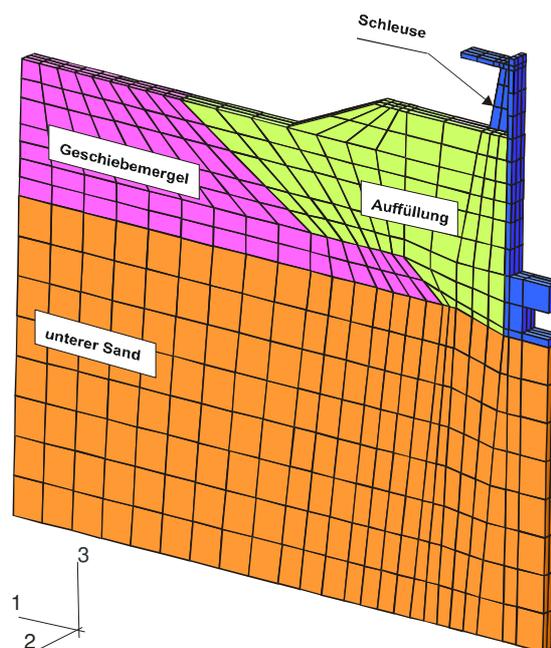


Bild 8: Dreidimensionales Finite-Elemente-Modell  
Fig. 8: 3-D finite element model

Folgende 4 Bodenmodell-Varianten sind berechnet worden:

- Variante A: Hypoplastisches Modell mit intergranularer Dehnung für untere Sande, Geschiebemergel und Auffüllung
- Variante B: Hypoplastisches Modell mit intergranularer Dehnung für untere Sande und Geschiebemergel, elasto-idealplastisches MOHR-COULOMB-Modell für Auffüllung
- Variante C: Hypoplastisches Modell ohne intergranulare Dehnung für untere Sande, elasto-idealplasti-

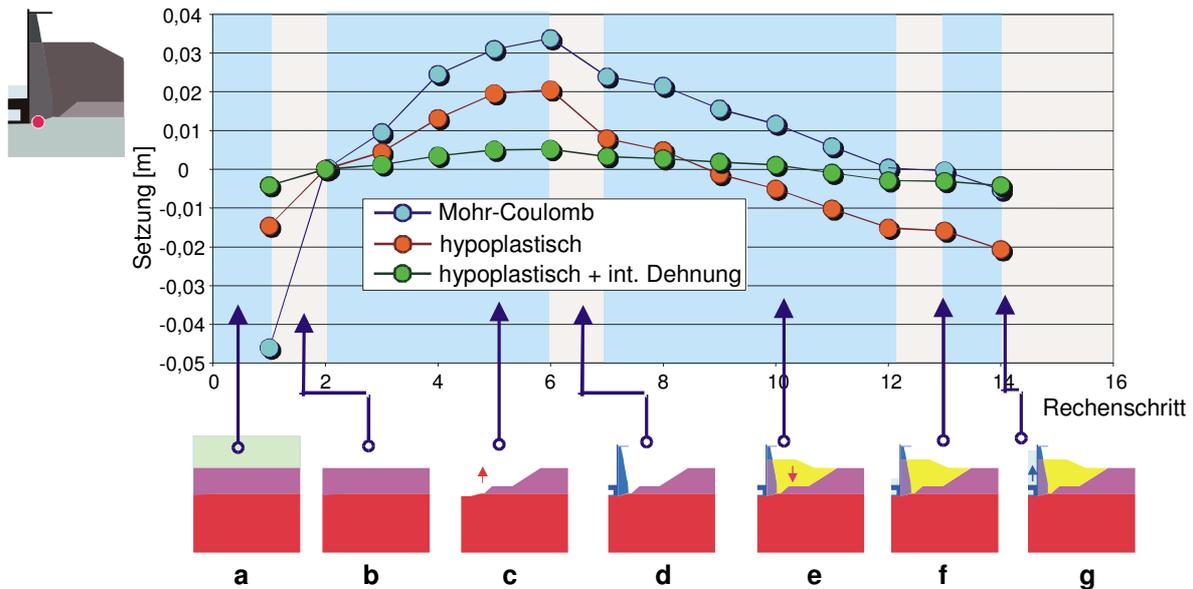


Bild 9: Belastungsgeschichte und Verformungen eines Punktes unter der Schleusensohle  
 Fig. 9: Loading history and displacements of a point beneath the lock foundation

sches MOHR-COULOMB-Modell für Geschiebemergel und Auffüllung

- Variante D: Elasto-idealplastisches MOHR-COULOMB-Modell für untere Sande, Geschiebemergel und Auffüllung

Die Datensätze für die Finite-Elemente-Berechnungen, in denen das MOHR-COULOMB-Modell verwendet wurde, sind in Tabelle 2 angegeben.

Der Schleusenbeton wurde als linear-elastisch mit Elastizitätsparametern gemäß DIN 1045 angenommen.

Tabelle 2: Stoffkonstanten des elasto-idealplastischen MOHR-COULOMB-Modells und Wichten

Table 1: Material parameters of the elastic perfect-plastic MOHR-COULOMB soil model and weight densities

Stoffkonstanten des MOHR-COULOMB-Modell		untere Sande	Geschiebemergel	Auffüllung
Elastizitätsmodul	$E$	600 MPa	50 MPa	20-40 MPa
POISSONZahl	$\nu$	0,25	0,32	0,30
Reibungswinkel	$\varphi$	42,5°	30°	30-35°
Kohäsion	$c$	0	10	0
Dilatanzwinkel	$\psi$	12°	7°	0-5°
Sonstige Bodenparameter		untere Sande	Geschiebemergel	Auffüllung
Feuchtwichte	$\gamma$	21 kN/m <sup>3</sup>	21,5 kN/m <sup>3</sup>	20 kN/m <sup>3</sup>
Wichte unter Auftrieb	$\gamma'$	11 kN/m <sup>3</sup>	11,5 kN/m <sup>3</sup>	10 kN/m <sup>3</sup>

### 3.3 Ausgangszustand

Die Modellierung des Ausgangszustandes hat bei Verwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes deswegen eine besondere Bedeutung, weil die 3 Zustandsgrößen  $\sigma$ ,  $e$  und  $S$  hierfür im FE-Modell vorgegeben werden müssen. Die Zustandsgrößen dürfen nur kaum vom Gleichgewichtszustand abweichen, d.h. sie müssen mit dem Stoffgesetz verträglich sein.

Vor Beginn der ersten Berechnungsphase „Eiszeitliche Vorbelastung“ (siehe Bild 9 und Tabelle 3) wurden die Vertikalspannung  $T_{v0} = -\gamma \cdot h$  und Horizontalspannungen  $T_{h0} = K_0 \cdot T_{v0}$  als Anfangsspannungen definiert. Der Erdruchdruckbeiwert  $K_0$  wurde näherungsweise mit der JAKY-Formel ermittelt. Das Druckniveau  $\text{tr}\mathbf{T}_0$  ist im Ausgangszustand:

$$\text{tr}\mathbf{T}_0 = -(1 + 2 \cdot K_0) \cdot \gamma \cdot h \quad (4)$$

Für die Ermittlung der Ausgangsporenzahlen  $e_0$  wurde das in Anhang A beschriebene Kompressionsgesetz (A.8) in folgender Weise verwendet:

$$e_0 = e_{00} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr}\mathbf{T}}{h_s} \right)^n \right] \quad (5)$$

In (5) ist  $e_{00}$  eine abgeschätzte Porenzahl für die 3 dichtgelagerten Böden. Sie wurde um ca. 20 % größer als die Porenzahl bei maximaler Scherverdichtung  $e_{d0}$  angesetzt ( $e_{00} \approx 1,2 \cdot e_{d0}$ ).

Weiterhin wurde angenommen, dass es im Anfangszustand überall nur vollmobilisierte intergranulare Dehnungen in Richtung der Erdbeschleunigung gibt, d.h.  $S_{v0} = R$  und  $S_{h0} = 0$ .

Die nach (4) ermittelten Anfangsporenzahlen  $e_0$  sind in Bezug zum hypoplastischen Stoffgesetz inkonsistent, weil die vorgegebenen Spannungen  $T_{h0} = K_0 \cdot T_{v0}$  nicht genau mit dem Stoffgesetz verträglich sind. Diese Näherung hat sich hinsichtlich Konvergenz in den ersten FE-Berechnungsschritten als ausreichend genau erwiesen.

### 3.4 Belastungsgeschichte

Da das mit Hypoplastizität modellierte Bodenverhalten von der Belastungsgeschichte abhängig ist, musste innerhalb des 3D-Modells eine Vielzahl von Berechnungsphasen generiert werden (Bild 9 und Tabelle 3). Insbe-

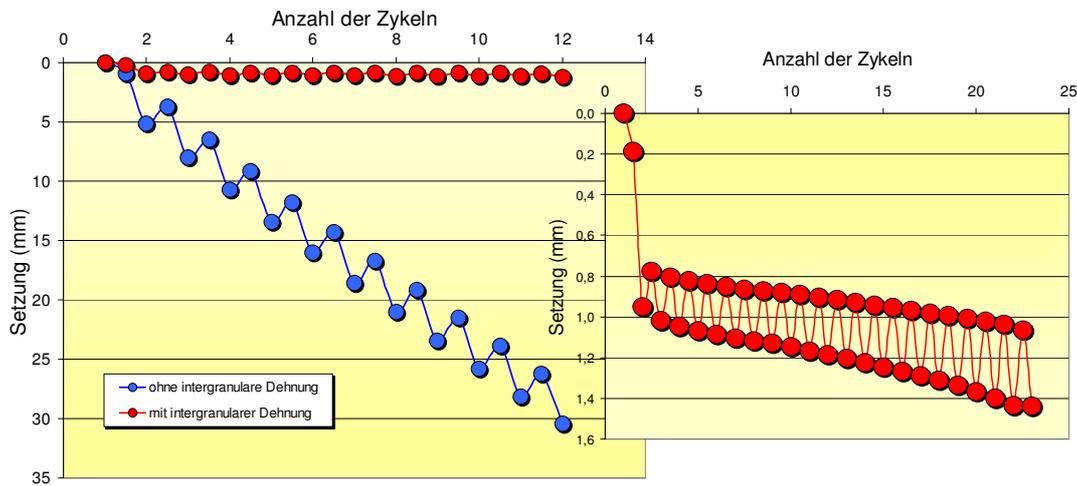


Bild 10: Setzungen unter der Schleuse Uelzen I infolge zyklischer Belastung  
 Fig. 10: Settlements of the Uelzen I lock due to cyclic loading

sondere durch die zyklischen Belastungen (20 Zyklen aus den Berechnungsphasen  $f \rightarrow g \rightarrow f$ ) entstand ein hoher Berechnungsaufwand mit entsprechend langen Rechenzeiten.

Tabelle 3: Hauptberechnungsphasen  
 Table 3: Main steps of the simulation

Phase	Beschreibung
a	Eiszeitliche Vorbelastung
b	Anfangsbedingung
c	Aushub für den Schleusenbau
d	Bau der Schleuse
e	Hinterfüllung (5 Rechenschritte)
f	Unterwasser in der Schleuse
g	Oberwasser in der Schleuse
	Schleusungen (20 Zyklen $f \rightarrow g \rightarrow f$ )

In Bild 9 sind neben den Berechnungsphasen a bis g auch die vertikalen Verformungen eines Punktes unter der Kammersohle dargestellt. Zur Beurteilung des Einflusses des Stoffgesetzes sind Vergleichsberechnungen durchgeführt worden, bei denen die untere Sandschicht mit den folgenden 3 verschiedenen Stoffgesetzen modelliert wurde: elastisch-ideal-plastisches MOHR-COULOMB-Modell, hypoplastisches Modell ohne intergranuläre Dehnung und hypoplastisches Modell mit intergranulärer Dehnung. Wie Bild 9 zeigt, liefert die hypoplastische Berechnung mit intergranulärer Dehnung die geringsten Hebungen und Setzungen während des gesamten Berechnungsablaufes. Nach den bisherigen, überwiegend auf Messungen gestützten Erfahrungen zum Verformungsverhalten der Schleuse Uelzen I sind diese Ergebnisse am ehesten realistisch.

### 3.5 Zyklisches Verhalten

Die Schleuse wurde etwa 20 Jahre lang durch Schleusenvorgänge zyklisch belastet. Die resultierenden zykli-

schen Verformungen sind teilweise reversibel, aber ein nicht vernachlässigbarer Teil akkumuliert sich. Geodätische Messungen an der Schleuse Uelzen I haben eine Setzung von etwa 1 cm pro Jahr ergeben (siehe Bild 15). Zur Erfassung dieses Effektes wurde das hypoplastische Stoffgesetz benutzt.

In Bild 10 sind die berechneten Setzungen eines Punktes unter der Kammersohle dargestellt. Mit dem hypoplastischen Stoffgesetz ohne intergranuläre Dehnung entsteht analog dem Ödometerversuch ein ausgeprägter „ratcheting“-Effekt, so dass viel zu große Setzungen entstehen. Die berechneten Setzungen unter Verwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes mit intergranulärer Dehnung zeigen, dass dieser „ratcheting“-Effekt durch teilweise lokales elastisches Verhalten unter zyklischer Belastung vermieden wird und die Setzungen in viel kleinerem Maße zunehmen.

Da die Verformungs- und Setzungsmessungen an der Schleuse Uelzen I nicht unmittelbar nach ihrer Fertigstellung begannen, ist ein direkter Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Ergebnissen dieser Messungen nicht möglich (siehe Bild 15). Hierzu müssten zunächst die bis zur ersten Messung abgelaufenen sehr vielen Lastzyklen (mehrere Hundert bzw. Tausend) berechnet werden. Der Aufwand für eine FE-Berechnung mit so vielen Lastwechseln ist unrealistisch hoch.

### 3.6 Siloeffekte

Der Abstand zwischen den Rippen beträgt nur 3,5 m. Demzufolge unterliegen die seitlichen Verformungen der Hinterfüllung zwischen den Rippen kinematischen Zwängen, so dass ein „Siloeffekt“ entsteht. In Bild 11 ist dieser Effekt vor Beginn des Schleusenbetriebes (Hauptberechnungsphase e) als Ergebnis der Bodenmodell-Variante B dargestellt. Die Hinterfüllung stützt sich an den Schleusenwänden ab. Dabei entstehen Schubspannungen in den Kontaktflächen, und die Hinterfüllung verformt sich weniger als im freien Feld (siehe Bild 11b). Die vertikalen Normalspannungen sind demzufolge auch kleiner als das Eigengewicht der Auffüllung (siehe Bild 11a).

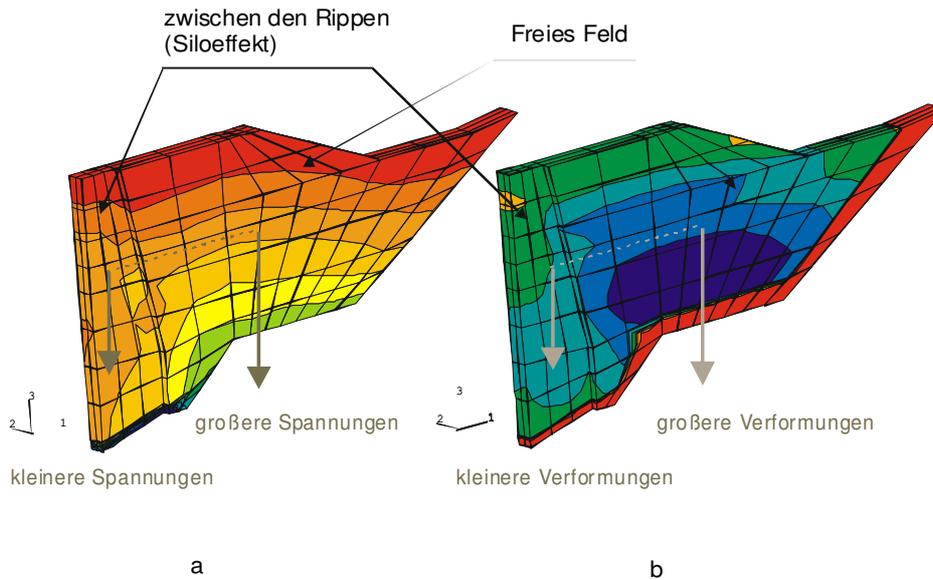


Bild 11: Siloeffekt im Bereich der Hinterfüllung: a) Verteilung der vertikalen Spannungen, b) Verteilung der vertikalen Verformungen

Fig. 11: Arching effects in the backfill: a) vertical stress distribution, b) distribution of vertical displacements

Die Simulation der zyklischen Vorgänge hat eine interessante Erscheinung gezeigt. Der Siloeffekt in der Hinterfüllung verringert sich zunehmend bei zyklischer Beanspruchung. Diese Verminderung findet gleichzeitig mit einem Bruch entlang der Wand-Boden-Grenze statt und es kommt zu einem „stick-slip“-Verhalten (siehe Bild 12).

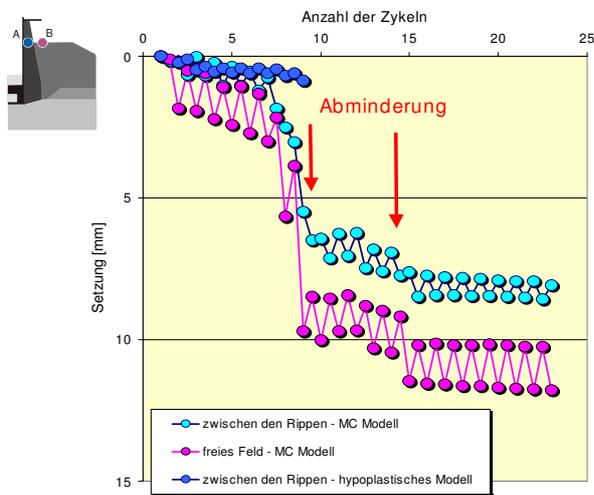


Bild 12: Abminderung des Siloeffektes bei zyklischer Belastung

Fig. 12: Reduction of the arching in the backfill due to cyclic loading

Nach der Bodenmodell-Variante B tritt erstmals das Abgleiten an der Wand nach 6 Zyklen ein. Bei Bodenmodell-Variante A brach die Berechnung nach 7 Zyklen ab, ohne dass sich ein „stick-slip“ einstellte. Die den Berechnungsabbruch verursachenden numerischen Probleme entstehen in der Umgebung der Interface-Elemente. Sie konnten noch nicht gelöst werden.

Ein Beurteilung, in wie weit das in den numerischen Simulationen festgestellte „stick-slip“-Verhalten realis-

tisch ist oder ein Phänomen infolge der verwendeten Interface-Elemente ist, ist anhand der vorliegenden Berechnungs- und Messergebnisse nicht möglich.

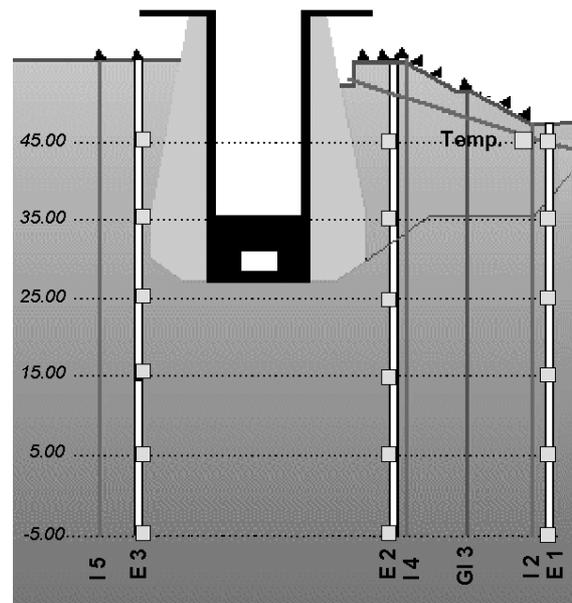


Bild 13: Messquerschnitt 1 (E Extensometer, I Inclinometer, GI Ketteninclinometer, Temp. Temperaturmessgeber)

Fig. 13: Survey cross-section 1 (E extensometer, I inclinometer, GI chain inclinometer, Temp. temperature sensor)

#### 4 Messungen

Da der Bau der neuen Schleuse Uelzen II in unmittelbarer Nähe der alten Schleuse das bestehende Bauwerk beeinflusst, wurde ein umfangreiches Messsystem installiert (Bild 13). In einem baubegleitenden FE-Modell zur

Verformungsprognose wurde das Gesamtsystem modelliert, das aus vorhandener Schleuse, Baugrube für die neue Schleuse bzw. neues Schleusenbauwerk sowie dem umgebenden Boden besteht. Dieses FE-Modell dient als Werkzeug zur Auswertung der Messergebnisse [9].

Die in Bild 14 dargestellten Ergebnisse der Verformungsmessungen lassen 3 Verformungsarten erkennen:

- durch Temperaturänderungen verursachte Verformungen, die eine Sinuskurve mit 1 Jahr Periode darstellen,
- durch Schleusung verursachte zyklische Verformungen
- akkumulierende Restverformungen

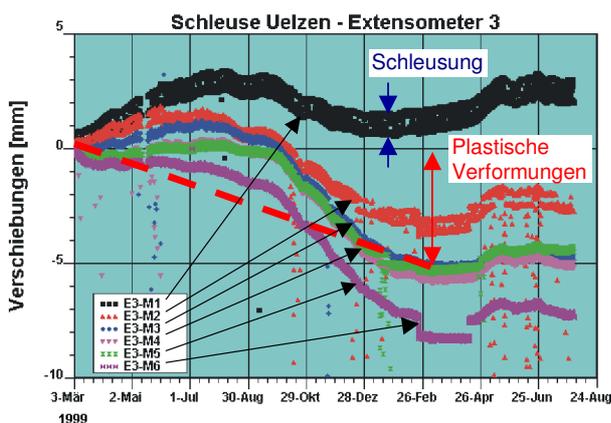


Bild 14: Ergebnisse der Extensometermessungen  
Fig. 14: Results of extensometer measurements

Die Größenordnung der gemessenen Verformungen stimmt mit den berechneten Werten überein. Zur Zeit ist nur ein vorläufiger Vergleich zwischen diesen Messergebnissen und den Ergebnissen der FE-Berechnungen möglich, da der Bau des eigentlichen neuen Schleusenbauwerkes noch nicht begonnen hat.

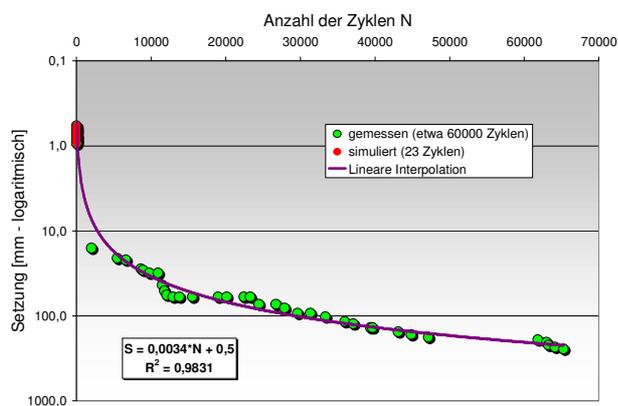


Bild 15: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Setzungen der Schleusenplattform  
Fig. 15: Measured vs. computed settlements

Bild 15 zeigt die Ergebnisse von Setzungsmessungen an der Schleuse Uelzen I in Abhängigkeit der Anzahl der Zyklen bei Schleusenbetrieb (grüne Punkte). Um diese

Messergebnisse mit den berechneten Setzungen (rote Punkte) vergleichen zu können, wurden die Messergebnisse auf den Bereich geringer Zyklenzahlen extrapoliert. Wie Bild 15 zeigt, sind die auf der Basis des hypoplastischen Stoffgesetzes mit intergranularer Dehnung berechneten Setzungen der Schleuse Uelzen I realistisch.

## 5 Schlussfolgerungen

Die Verwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes mit intergranularer Dehnung erlaubt eine realistische Modellierung der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung unter statischen und zyklischen Beanspruchungen. Da in diesem Verfahren jeder einzelne Belastungszyklus berechnet wird, liefern die Ergebnisse jeweils ein korrektes Bild der Spannungs- und Verformungsverteilung. Wegen des sehr hohen Berechnungsaufwandes und der damit verbundenen langen Rechenzeiten ist eine solche Analyse auf wenige Belastungszyklen begrenzt.

Für die Modellierung einer großen Anzahl von Zyklen kann ein Verfahren zweckmäßig sein, bei dem die Zyklenanzahl als Pseudo-Zeit-Variable betrachtet wird und das zyklische Verhalten durch ein Stoffgesetz mit Pseudo-Kriechen simuliert wird.

Der Beitrag entstand im Rahmen einer Zusammenarbeit zwischen der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, und dem Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe. Die Autoren möchten sich insbesondere bei G. Gudehus, I. Herle, G. Huber, C. Karcher, P. Kudella, P.-M. Mayer, A. Niemunis und K. Nübel für ihre Unterstützung und die zahlreichen Hinweise bedanken.

## 6 Literatur

- [1] BAUER, E. (1992): Zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe unter vorwiegend ödometrischer Belastung, *Veröff. Inst. für Bodenmech. u. Felsmech. der Universität Fridericiana in Karlsruhe*, Heft 130
- [2] HERLE, I. (1997): Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste, *Veröff. Inst. für Bodenmech. u. Felsmech. der Universität Fridericiana in Karlsruhe*, Heft 142
- [3] HERLE, I., GUDEHUS, G. (1999): Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies, *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, Vol. 4, 461-486, 1999
- [4] KAYSER, J., SCHWAB, R., WACHHOLZ, T. (1999): Geotechnical aspects of constructing a new lock system next to an existing lock system, *Proc ECSMFE, Amsterdam, Balkema*
- [5] KOLYMBAS, D. (1991): An outline of hypoplasticity, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 61, 143-151, 1991
- [6] KUDELLA, P., MAYER, P.-M. (1998): Calculation of deformations using hypoplasticity demonstrated by the SONY-Center excavation in Berlin, *Darmstadt Geotechnics, Darmstadt University of Technology, Ed. R. Katzenbach & U. Arslan*, Vol. 1, 151-164

- [7] MAYER, P.-M., (2000): Verformungen und Spannungsänderungen durch Schlitzwandherstellung und Baugrubenaushub, *Veröff. Inst. für Bodenmech. u. Felsmech. der Universität Fridericiana in Karlsruhe*, Heft 151
- [8] NIEMUNIS, A., HERLE, I. (1997): Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range, *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, Vol. 2, 279-299, 1997
- [9] SCHWAB, R., KAYSER, J. (1999): An A-type prediction for a deep excavation near an existing navigable lock, *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, Brinkgreve ed., Amsterdam, Balkema
- [10] WEI WU (1992): Hypoplastizität als mathematisches Modell zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe, *Veröff. Inst. für Bodenmech. u. Felsmech. der Universität Fridericiana in Karlsruhe*, Heft 129
- [11] VON WOLFFERSDORFF, P.-A. (1997): Verformungsprognosen für Stützkonstruktionen, *Veröff. Inst. für Bodenmech. u. Felsmech. der Universität Fridericiana in Karlsruhe*, Heft 141
- [12] VON WOLFFERSDORFF, P.-A. (1996): A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface, *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, Vol. 1, 251-271, 1996
- [13] VON WOLFFERSDORFF, P.-A., SCHWAB, R. (1999): FE-Berechnungen für die Schleuse Uelzen unter Verwendung des hypoplastischen Stoffgesetzes, *Ohde Kolloquium, Berlin, BAW*

## Anhang A – Hypoplastisches Stoffgesetz ohne Intergranulare Dehnung – 3D-Formulierung

Für die kurze Übersicht über das hypoplastische Stoffgesetz werden folgende Schreibweisen verwendet: fette Symbole für Tensoren 2. Stufe (z.B.  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{1}$ ), kalligrafische Symbole für Tensoren 4. Stufe (z.B.  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{1}$ ).

Folgende Darstellungen für tensorielle Multiplikationen bzw. Operationen werden verwendet:  $\mathbf{L}:\mathbf{D} = L_{ijkl}D_{kl}$ ,  $\mathbf{T}^2 = T_{ij}T_{kl}$ ,  $\text{tr}\mathbf{T} = T_{ij}$ ,  $\text{tr}(\mathbf{T}^2) = T_{ij}T_{ij}$ ,  $\text{tr}(\mathbf{T}^3) = T_{ij}T_{jk}T_{kl}$ . Die Euklidische Norm des Tensors  $\mathbf{D}$  ist  $\|\mathbf{D}\| = \sqrt{D_{ij}D_{ij}}$ . Die Einheitstensoren 2. und 4. Stufe sind wie folgt definiert  $\mathbf{1} = \delta_{ij}$  und  $\mathbf{1} = \delta_{ik}\delta_{jl}$ , wobei  $\delta_{ij} = \{1 \text{ für } i = j, 0 \text{ für } i \neq j\}$  das KRONECKER-Symbol ist.

Das hypoplastische Stoffgesetz kann in einer einzigen tensoriellen Gleichung dargestellt werden. Nach [8] gilt für die Klasse der hypoplastischen Stoffgesetze folgende konstitutive Gleichung

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{L}(\mathbf{T}, e) : \mathbf{D} + \mathbf{N}(\mathbf{T}, e) \|\mathbf{D}\| \quad (\text{A.1})$$

d.h. die objektive Spannungsrate  $\dot{\mathbf{T}}$  (JAUMANNsche Spannungsrate) ist eine Funktion der aktuellen Korngerüstspannung  $\mathbf{T}$  (CAUCHY-Spannungstensor), der Deformationsrate  $\mathbf{D}$  (Verzerrungsgeschwindigkeitstensor) und der Porenzahl  $e$ . Da das Stoffgesetz außer der aktuellen Korngerüstspannung  $\mathbf{T}$  die weitere Zustandsvariable  $e$

enthält, ist hierfür sinngemäß zu Gl. A.1 eine zweite Entwicklungsgleichung erforderlich. Es gilt unter der Voraussetzung volumenkonstanter Körner

$$\dot{e} = (1+e) \cdot \text{tr}\mathbf{D} \quad (\text{A.2})$$

wobei  $\dot{e}$  die Porenzahländerung und  $\text{tr}\mathbf{D}$  die Volumenänderung ist.

In Gl. A.1 ist der Operator  $\mathbf{L}:\mathbf{D}$  linear in  $\mathbf{D}$  und der Ausdruck  $\mathbf{N}\|\mathbf{D}\|$  ist nichtlinear in  $\mathbf{D}$ . Demzufolge ist das hypoplastische Stoffgesetz nichtlinear in  $\mathbf{D}$ .

Nach dem Vorschlag von VON WOLFFERSDORFF [11, 12], der mathematische Formulierungen für das Stoffgesetz auf der Grundlage der Grenzbedingung von MATSUOKA-NAKAI für kritische Zustände entwickelte, können die Tensorfunktionen  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{N}$  wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{L} = f_s \cdot \frac{1}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^2)} \cdot (F^2 \mathbf{1} + a^2 \hat{\mathbf{T}}^2) \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{N} = f_s \cdot f_d \cdot \frac{a \cdot F}{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^2)} \cdot (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) \quad (\text{A.4})$$

mit dem auf das Druckniveau bezogenen Spannungstensor  $\hat{\mathbf{T}} = \mathbf{T}/\text{tr}\mathbf{T}$  und dessen Deviator  $\hat{\mathbf{T}}^* = \hat{\mathbf{T}} - \frac{1}{3}\mathbf{1}$ . Die skalare Spannungsfunktion  $F$  ergibt sich aus der Grenzbedingung nach MATSUOKA-NAKAI als

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos 3\vartheta} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{mit } \tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\mathbf{T}}^*\| \text{ und } \cos 3\vartheta = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^3)}{[\text{tr}(\hat{\mathbf{T}}^2)]^{\frac{3}{2}}}.$$

Die beiden Faktoren  $f_d$  und  $f_s$  beschreiben die Druckabhängigkeit und die Dichteabhängigkeit des Stoffgesetzes. Sie sind wie folgt definiert:

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (\text{A.6})$$

$$f_s = \frac{h_s}{n} \cdot \left( \frac{e_i}{e} \right)^\beta \cdot \frac{1 + e_i}{e_i} \cdot \left( \frac{-\text{tr}\mathbf{T}}{h_s} \right)^{1-n} \cdot \left[ 3 + a^2 - a \cdot \sqrt{3} \cdot \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (\text{A.7})$$

$e_c$ ,  $e_d$  und  $e_i$  sind charakteristische Porenzahlen. Sie hängen wie folgt von folgendem Kompressionsgesetz ab [1].

$$\frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \frac{e_i}{e_{i0}} = \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr}\mathbf{T}}{h_s} \right)^n \right] \quad (\text{A.8})$$

Bis auf den Hilfsparameter  $a$  sind alle Größen und Funktionen des Stoffgesetzes definiert. Der Parameter  $a$  ist eine einfache Beziehung zum kritischen Reibungswinkel  $\varphi_c$ :

$$a = \frac{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \varphi_c)}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \varphi_c} \quad (\text{A.9})$$

Das hypoplastische Stoffgesetz enthält insgesamt 8 Stoffparameter. Die 4 Basiskonstanten sind:

- Granulatsteifigkeit  $h_s$  [MPa],
- Kritischer Reibungswinkel  $\varphi_c$  [°],
- Kritische Porenzahl  $e_{c0}$  [-] bei  $\text{tr}\mathbf{T} = 0$ ,
- Porenzahl bei maximaler Scherverdichtung  $e_{d0}$  [-] bei  $\text{tr}\mathbf{T} = 0$ .

Die zusätzlichen Stoffkonstanten sind:

- Kompressionsexponent  $n$  [-],
- Pyknotropieexponent  $\alpha$  [-],
- Pyknotropieexponent  $\beta$  [-],
- Porenzahl bei lockerster Lagerung  $e_{l0}$  [-] bei  $\text{tr}\mathbf{T} = 0$ .

## Anhang B – Hypoplastisches Stoffgesetz mit Intergranularer Dehnung – 3D-Formulierung

In Ergänzung zu den Darstellungen des Anhangs A werden in Verbindung mit dem Tensor der intergranularen Dehnung  $\mathbf{S}$  folgende Schreibweisen für tensorielle Multiplikationen bzw. Operationen verwendet:

$\mathbf{L} : \hat{\mathbf{S}}^2 = L_{ijkl} \hat{S}_{kl} \hat{S}_{mn}$ ,  $\hat{\mathbf{S}}^2 = \hat{S}_{ij} \hat{S}_{kl}$ ,  $\hat{\mathbf{S}}^2 : \mathbf{D} = \hat{S}_{ij} \hat{S}_{kl} D_{kl}$   
 $\mathbf{N}\hat{\mathbf{S}} = N_{ij} \hat{S}_{kl}$ ,  $\text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D}) = \hat{S}_{ij} D_{ij}$ . Die Euklidische Norm des Tensors  $\mathbf{S}$  ist  $\|\mathbf{S}\| = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$ .

Für das hypoplastische Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung  $\mathbf{S}$  gilt folgende erweiterte konstitutive Beziehung

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}} = \mathbf{M}(\mathbf{T}, \mathbf{S}, e) : \mathbf{D} \quad (\text{B.1})$$

Durch die dritte Zustandsvariable  $\mathbf{S}$ , in der vorangegangene Deformationsrichtungen gespeichert werden, ist es nicht mehr in einer einzigen tensoriellen Gleichung darstellbar [8].

Für die 3D-Formulierung des erweiterten hypoplastischen Stoffgesetzes wird die normalisierte Länge von  $\mathbf{S}$  eingeführt

$$\rho = \frac{\|\mathbf{S}\|}{R} \quad (\text{B.2})$$

wobei der Materialparameter  $R$  der Größtwert des Betrages der intergranularen Dehnung ist. Die Richtung von  $\mathbf{S}$  ist wie folgt definiert

$$\hat{\mathbf{S}} = \begin{cases} \mathbf{S} / \|\mathbf{S}\| & \text{für } \mathbf{S} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{für } \mathbf{S} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Die Entwicklungsgleichung für die dritte Zustandsvariable  $\mathbf{S}$  ist von den Richtungen der aktuellen Deformation  $\mathbf{D}$  und der intergranularen Dehnung  $\hat{\mathbf{S}}$  zueinander abhängig. Diese Abhängigkeit wird durch das Skalarprodukt  $\text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D})$  berücksichtigt. Es gilt folgender Ansatz

$$\overset{\circ}{\mathbf{S}} = \begin{cases} \mathbf{D} - \rho^{\beta_r} \cdot \hat{\mathbf{S}}^2 : \mathbf{D} & \text{für } \text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D}) > 0 \\ \mathbf{D} & \text{für } \text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D}) \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

wobei  $\overset{\circ}{\mathbf{S}}$  die objektive Rate der intergranularen Dehnung ist [8]. Der Exponent  $\beta_r$  ist eine weitere Materialkonstante.

Im allgemeinen Fall ergibt sich für beliebige Größen der intergranularen Dehnung, d.h.  $0 \leq \rho \leq 1$  und beliebige Richtungen von  $\mathbf{D}$  und  $\hat{\mathbf{S}}$  die folgende modifizierte inkrementelle Steifigkeit

$$\mathbf{M} = \left[ m_T \cdot \rho^\chi + m_R \cdot (1 - \rho^\chi) \right] + \begin{cases} (1 - m_T) \cdot \rho^\chi \cdot \mathbf{L} : \hat{\mathbf{S}}^2 + \rho^\chi \cdot \mathbf{N}\hat{\mathbf{S}} & \text{für } \text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D}) > 0 \\ (m_R - m_T) \cdot \rho^\chi \cdot \mathbf{L} : \hat{\mathbf{S}}^2 & \text{für } \text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D}) \leq 0 \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

aus den hypoplastischen tensoriellen Anteilen  $\mathbf{L}(\mathbf{T}, e)$  und  $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$ . In Gl. B.5 sind  $m_R$ ,  $m_T$  und  $\chi$  die restlichen drei Stoffparameter. Die Wirkungsweise von B.5 ist im allgemeinen Fall komplex und beruht auf einer Interpolation von unterschiedlichen Steifigkeitsgrenzfällen [8].

Zu Erläuterung dieser charakteristischen Steifigkeiten werden zunächst die beiden Fälle  $\rho = 1$ , d.h. maximale intergranulare Dehnung, und  $\rho = 0$ , d.h. keine intergranulare Dehnung, unterschieden.

Im Fall 1,  $\rho = 1$ , gibt es 3 charakteristische Steifigkeiten:

- a) Bei fortlaufender monotoner Deformation mit  $\mathbf{D} \sim \hat{\mathbf{S}}$  vereinfacht sich Gl. B.5 zu

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} + \mathbf{N}\hat{\mathbf{S}}.$$

Da in diesem Fall  $\mathbf{N}\hat{\mathbf{S}} : \mathbf{D} = \mathbf{N} \|\mathbf{D}\|$  ist, erhält man Gl. A.1, d.h. es gilt hypoplastisches Verhalten ohne intergranulare Dehnung.

- b) Bei einer Deformationsumkehr, d.h.  $\mathbf{D} \sim -\hat{\mathbf{S}}$ , vereinfacht sich Gl. B.5 zu

$$\mathbf{M} = m_R \cdot \mathbf{L}.$$

Da in diesem Fall der zweite hypoplastische Term  $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$  in Gl. B.5 verschwindet, gilt elastisches Verhalten mit einer Steifigkeitserhöhung von  $\mathbf{L}$ , d.h. die Stoffkonstante ist  $m_R > 1$ .

- c) Bei einem Richtungswechsel der Deformationsrate um  $90^\circ$ , d.h.  $\text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{D}) = 0$  vereinfacht sich Gl. B.5 zu

$$\mathbf{M} = m_T \cdot \mathbf{L}.$$

Es gilt wie in b) elastisches Verhalten, jedoch mit einer geringeren Steifigkeitserhöhung von  $\mathbf{L}$  als in b), d.h. die Stoffkonstante  $m_T$  liegt im Bereich  $m_R > m_T > 1$ .

Im Fall 2,  $\rho = 0$ , gilt unabhängig von der Richtung von  $\mathbf{D}$  elastisches Verhalten mit erhöhter Steifigkeit

$$\mathbf{M} = m_R \cdot \mathbf{L}.$$

Es sei angemerkt, dass der Referenzzustand für ein Material mit „reiner“ Hypoplastizität im Fall 1 a) vorliegt, und nicht im Fall 2.

Das erweiterte hypoplastische Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung enthält 5 zusätzliche Stoffparameter:

- Maximalwert der intergranularen Dehnung  $R$  [-],
- Erhöhungsfaktor bei 180° Richtungswechsel  $m_R$  [-],
- Erhöhungsfaktor bei 90° Richtungswechsel  $m_T$  [-],
- Exponent  $\beta_r$  [-],
- Exponent  $\chi$  [-].

### Anhang C – Ödometrische Kompression – Spezifikation für $L_{11}$ und $N_1$

Unter den Randbedingungen der einaxialen (ödometrischen) Kompression vereinfacht sich das hypoplastische Grundmodell in Matrixschreibweise wie folgt:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_1 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{Bmatrix} |\Delta\epsilon_1| \quad (\text{C.1})$$

Anhand der oberen Zeile in (C.1) lässt sich durch numerische Integration die Arbeitslinie für ödometrische Kompression berechnen. Die darin enthaltenen Komponenten von  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{N}$  sind gemäß (A.3) und (A.4):

$$L_{11} = f_s \frac{(1 + 2 \cdot K)^2 + a^2}{1 + 2 \cdot K^2} \quad (\text{C.2})$$

$$N_1 = f_s \cdot f_d \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{(1 + 2 \cdot K) \cdot (5 - 2 \cdot K)}{1 + 2 \cdot K^2} \quad (\text{C.3})$$

Das Spannungsverhältnis  $K = \sigma_2 / \sigma_1$  entspricht bei monotoner Belastung dem Erdruhedruckbeiwert  $K_0$ .